

19 апреля 2018 г.

Ответы и решения

Вариант 1

На выполнение всех заданий отводится 90 минут.

В заданиях 1–7 требуется указать только ответ.

В заданиях 8–12 требуется записать подробное и обоснованное решение.

1. (1 балл) Найти значение выражения $\frac{5}{7} + 3 : \left(\frac{17}{10} - \frac{8}{15} \right)$.

Ответ: $\frac{23}{7}$.

2. (1 балл) Найти значение выражения $18 : 3,6 - 1,5 \cdot (1,55 - 0,65)$.

Ответ: 3,65.

3. (1 балл) Сколько существует чисел от 1 до 32, которые делятся на 5, но не делятся на 2?

Ответ: 3.

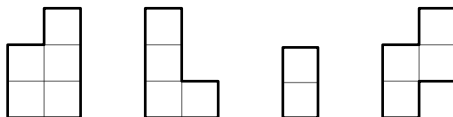
4. (1 балл) Бригада рабочих состоит из 30 человек: плотников и землекопов; причем в копании ям участвуют только землекопы. После того, как в бригаду наняли еще 6 землекопов, скорость копания ям увеличилась в три раза. Сколько в бригаде плотников? Все землекопы копают с одинаковой скоростью.

Ответ: 27 плотников.

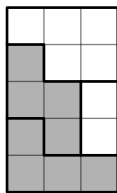
5. (1 балл) У Вовы есть прямоугольный торт. Чтобы разделить его между одноклассниками, он сделал 2 разреза параллельно длинной стороне и 3 разреза параллельно короткой стороне (каждый разрез он делал от края до края торта). После этого каждый получившийся кусочек он разделил пополам. Сколько человек учится в классе, если все, кроме Вовы, получили по одному куску торта?

Ответ: 25 человек.

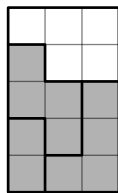
6. (1 балл) У Леши есть четыре фигурки, вырезанные из бумаги. Каждая из них с одной стороны белая, а с другой — серая. На рисунке фигуры лежат белыми сторонами вверх.



Какие из пяти прямоугольников, изображенных на рисунке, можно сложить из этих фигур? В ответе укажите буквы, соответствующие прямоугольникам, которые Леша может сложить.



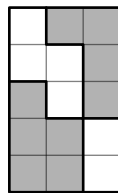
(a)



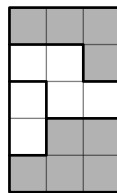
(b)



(c)



(d)



(e)

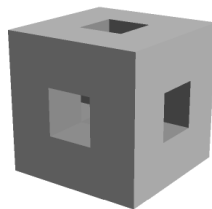
Ответ: (a), (b), (e).

□

Критерии проверки

— Ответ не совпадает с приведенным выше — 0 баллов.

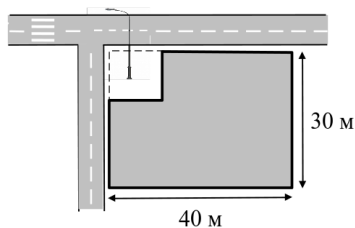
7. (1 балл) В центре каждой грани куба со стороной 3 дециметра просверлили сквозные квадратные отверстия со стороной квадрата 1. Сколько нужно краски, чтобы покрасить всю поверхность оставшейся фигуры, если на квадратик со стороной 1 дециметр уходит 1 миллилитр краски? (Красить куб изнутри тоже нужно.) Ответ дайте в миллилитрах.



Ответ: 72 миллилитра.

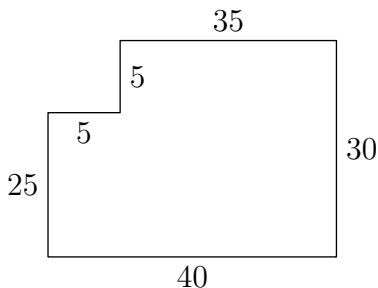
□

8. (3 балла) Прямоугольный участок земли имел в длину 40 метров, а в ширину 30 метров. Для установки уличного фонаря на углу дороги от этого участка «отрезали» квадрат площади 25 м^2 так, как это показано на рисунке. Найдите длину забора, которым владелец окружил новый участок.



Ответ: 140 метров.

Так как площадь квадрата равна 25 м^2 , то его сторона равна 5 м. Таким образом мы получаем следующую «обновленную» схему участка:



Критерии проверки

- Приведено неверное решение или оно отсутствует — 0 баллов.
- ∓ Только верный ответ — 1 балл.
- ∓ Верное рассуждение, но присутствует ошибка в арифметике — 1 балл.
- + Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ — 3 балла.

9. (3 балла) Андрей, Боря, Вася и Гена братья. Им 3, 8, 12 и 14 лет (кому сколько лет, неизвестно). Известно, что сумма возрастов Андрея и Бори делится на 4, а Андрея и Васи — на 5. Сколько лет Гене?

Ответ: 14 лет.

Посмотрим на все возможные суммы, которые можно получить, сложив возраст каких-то двух братьев: 11, 15, 17, 20, 22, 26. Заметим, что единственные два числа, сумма которых делится на 4 — это 8 и 12, поэтому кому-то из Андрея и Бори 8 лет, а кому-то — 12 лет. Два числа, сумма которых делится на 5 — это 3 и 12 или 8 и 12. Но 8 и 12 быть не может, поскольку это возраста Андрея и Бори, поэтому кому-то из Андрея и Васи 3 года, а кому-то — 12 лет. Поскольку единственное имя, которое не встретилось в условиях — это Гена, а единственное не встретившиеся число — это 14, то Гене 14 лет.

Замечание. Можно рассуждать по-другому. Поскольку Андрей присутствует в обоих условиях, то ему 12 лет. Отсюда Васе — 3 года, Боре — 8 лет, а Гене — 14 лет. □

Критерии проверки

- Приведено неверное решение или оно отсутствует — 0 баллов.
- ∓ Только верный ответ — 1 балл.
- ± Отсутствует обоснование того, что единственные два числа, сумма которых делится на 4 — это 8 и 12 — не более 2 баллов.
- ± Упущен один из случаев делимости на 5, но в остальном решение верное — 2 балла.
- + Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ, но посчитан возраст только Гены, не посчитаны возраста остальных братьев — 3 балла.
- + Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ — 3 балла.

10. (3 балла) Гулливер гонится за лилипутом. Первоначально расстояние между ними равно 8 шагам Гулливера. Пока Гулливер делает 1 шаг, лилипут пробегает 7 шагов, но один шаг Гулливера такой же длины, как 11 шагов лилипута. Сколько шагов успеет пробежать лилипут до того момента, когда Гулливер его догонит?

Ответ: 154 шага.

Так как первоначально между ними 8 шагов Гулливера, и каждый шаг Гулливера равен 11 шагам лилипута, то между Гулливером и лилипутом 88 шагов лилипута. За один шаг Гулливер проходит расстояние, равное 11 шагам лилипута, а в это время лилипут успевает отбежать на 7 шагов. Таким образом за один шаг Гулливера расстояние между ними сокращается на 4 шага лилипута. Поэтому Гулливеру потребуется 22 шага, чтобы догнать лилипута. За это время лилипут успеет пройти $22 \cdot 7 = 154$ шага. \square

Критерии проверки

- Приведено неверное решение или оно отсутствует — 0 баллов.
- ± Только верный ответ — 1 балл.
- ± Верное рассуждение, но присутствует ошибка в арифметике — 1 балл.
- ± Ответ не получен, но доказано, что через 22 шага Гулливер догоняет лилипута — 2 балла.
- + Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ — 3 балла.

11. (3 балла) Тренер сказал Андрею и Борису присесть в течение определенного времени. Андрей разбил указанное время на части по 8 минут, и между частями делает перерывы по 2 минуты. Борис разбил то же время на части по 4 минуты, и между частями делает перерывы по 1 минуте. Начали они одновременно. Кто из них быстрее завершит приседания и на сколько минут?

Ответ: Андрей закончит выполнять приседания на 1 минуту раньше Бориса.

У Андрея между началом каждой части приседаний и началом следующей части приседаний проходит 10 минут. За это время Борис сделает две части приседаний по 4 минуты и два перерыва. Следовательно, к началу каждой части приседаний Андрея мальчики будут приседать одинаковое количество времени.

Когда Андрей начнет выполнять последнюю часть приседаний, мальчишкам останется присесть по 8 минут. Андрей сделает эту часть приседаний без перерывов, а Борис будет приседать две части по 4 минуты с одним перерывом, поэтому Андрей закончит приседать на минуту раньше. \square

Критерии проверки

- Приведено неверное решение или оно отсутствует — 0 баллов.
- ± Только верный ответ — 1 балл.
- ± Рассмотрен конкретный числовой пример (например, решение начинается с фразы «Пусть тренер сказал присесть мальчишкам в течение 16 минут.») — 1 балл.

+ Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ — 3 балла.

12. (3 балла) Несколько друзей ходили на пляж собирать ракушки. Если Антон отдаст половину своих ракушек Борису, у всех ребят станет одинаковое число ракушек. Если вместо этого Антон отдаст все ракушки Вадиму, то у Вадима станет столько же ракушек, сколько у всех остальных вместе взятых. Сколько ребят ходило собирать ракушки?

Ответ: 6 человек.

Пусть Антон отдал половину ракушек Борису. Теперь у всех ребят поровну ракушек. Это означает, что у Бориса своих ракушек не было, а у Антона в два раза больше ракушек, чем у всех остальных ребят.

Если же Антон отдаст все свои ракушки Вадиму, то количество ракушек у Вадима утроится (его ракушки плюс в два раза большее количество ракушек Антона). Еще столько же будет у остальных, значит, с Антоном, Борисом и Вадимом на пляж ходило еще трое ребят. □

Критерии проверки

- Приведено неверное решение или оно отсутствует — 0 баллов.
- ∓ Только верный ответ — 1 балл.
- ∓ Дан ответ и приведен подтверждающий его пример — 1 балл.
- ∓ Доказано лишь, что у Бори не было ракушек, дальнейших продвижений нет — 1 балл.
- ± Доказано лишь, что у Бори не было ракушек, и приведен верный ответ — 2 балла.
- ± Верные рассуждения проведены на числовом примере (например, если решение начинается со слов «Пусть у Антона 10 ракушек.» и из этого сделан вывод, что у Бориса — 0 ракушек, а у Вадима — 20) — 2 балла.
- + Доказано, что кроме Антона, Бориса и Вадима было еще три ребенка, но ответ дан неверный — 3 балла.
- + В верном решении явно сказано, что Борис не набрал ракушек, поэтому за ними не ходил, и дан ответ «5» — 3 балла.
- + Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ — 3 балла.

19 апреля 2018 г.

Ответы и решения

Вариант 2

На выполнение всех заданий отводится 90 минут.

В заданиях 1–7 требуется указать только ответ.

В заданиях 8–12 требуется записать подробное и обоснованное решение.

1. (1 балл) Найти значение выражения $\frac{8}{9} + 5 : \left(\frac{7}{6} - \frac{4}{15} \right)$.

Ответ: $\frac{58}{9}$.

2. (1 балл) Найти значение выражения $17 : 3,4 - 2,5 \cdot (1,85 - 0,35)$.

Ответ: 1,25.

3. (1 балл) Сколько существует чисел от 1 до 28, которые делятся на 5, но не делятся на 4?

Ответ: 4.

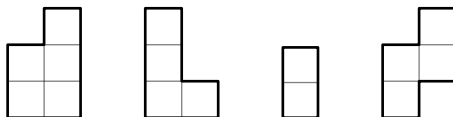
4. (1 балл) Бригада рабочих состоит из 20 человек: плотников и землекопов; причем в копании ям участвуют только землекопы. После того, как в бригаду наняли еще 12 землекопов, скорость копания ям увеличилась в три раза. Сколько в бригаде плотников? Все землекопы копают с одинаковой скоростью.

Ответ: 14 плотников.

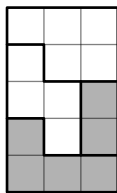
5. (1 балл) У Вовы есть прямоугольный торт. Чтобы разделить его между одноклассниками, он сделал 2 разреза параллельно длинной стороне и 4 разреза параллельно короткой стороне (каждый разрез он делал от края до края торта). После этого каждый получившийся кусочек он разделил пополам. Сколько человек учится в классе, если все, кроме Вовы, получили по одному куску торта?

Ответ: 31 человек.

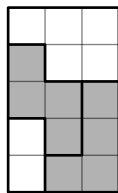
6. (1 балл) У Леши есть четыре фигурки, вырезанные из бумаги. Каждая из них с одной стороны белая, а с другой — серая. На рисунке фигуры лежат белыми сторонами вверх.



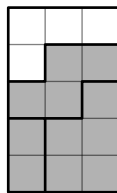
Какие из пяти прямоугольников, изображенных на рисунке, можно сложить из этих фигур? В ответе укажите буквы, соответствующие прямоугольникам, которые Леша может сложить.



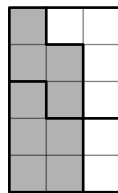
(a)



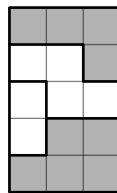
(b)



(c)



(d)



(e)

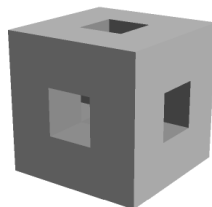
Ответ: (b), (d), (e).

□

Критерии проверки

— Ответ не совпадает с приведенным выше — 0 баллов.

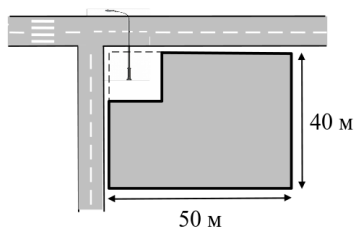
7. (1 балл) В центре каждой грани куба со стороной 3 дециметра просверлили сквозные квадратные отверстия со стороной квадрата 1. Сколько нужно краски, чтобы покрасить всю поверхность оставшейся фигуры, если на квадратик со стороной 1 дециметр уходит 1 миллилитр краски? (Красить куб изнутри тоже нужно.) Ответ дайте в миллилитрах.



Ответ: 72 миллилитра.

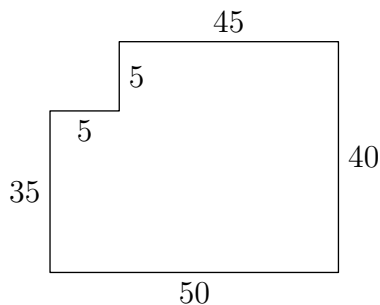
□

8. (3 балла) Прямоугольный участок земли имел в длину 50 метров, а в ширину 40 метров. Для установки уличного фонаря на углу дороги от этого участка «отрезали» квадрат площади 25 м^2 так, как это показано на рисунке. Найдите длину забора, которым владелец окружил новый участок.



Ответ: 180 метров.

Так как площадь квадрата равна 25 м^2 , то его сторона равна 5 м. Таким образом мы получаем следующую «обновленную» схему участка.



Критерии проверки

- Приведено неверное решение или оно отсутствует — 0 баллов.
- ∓ Только верный ответ — 1 балл.
- ∓ Верное рассуждение, но присутствует ошибка в арифметике — 1 балл.
- + Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ — 3 балла.

9. (3 балла) Андрей, Боря, Вася и Гена братья. Им 3, 8, 12 и 14 лет (кому сколько лет, неизвестно). Известно, что сумма возрастов Андрея и Бори делится на 3, а Андрея и Васи — на 5. Сколько лет Гене?

Ответ: 14 лет.

Посмотрим на все возможные суммы, которые можно получить, сложив возраст каких-то двух братьев: 11, 15, 17, 20, 22, 26. Заметим, что единственные два числа, сумма которых делится на 3 — это 3 и 12, поэтому кому-то из Андрея и Бори 3 года, а кому-то — 12 лет. Два числа, сумма которых делится на 5 — это 3 и 12 или 8 и 12. Но 3 и 12 быть не может, поскольку это возраста Андрея и Бори, поэтому кому-то из Андрея и Васи 8 лет, а кому-то — 12 лет. Поскольку единственное имя, которое не встретилось в условиях — это Гена, а единственное не встретившиеся число — это 14, то Гене 14 лет.

Замечание. Можно рассуждать по-другому. Поскольку Андрей присутствует в обоих условиях, то ему 12 лет. Отсюда Боре — 3 года, Васе — 8 лет, а Гене — 14 лет. □

Критерии проверки

- Приведено неверное решение или оно отсутствует — 0 баллов.
- ∓ Только верный ответ — 1 балл.
- ± Отсутствует обоснование того, что единственные два числа, сумма которых делится на 3 — это 3 и 12 — не более 2 баллов.
- ± Упущен один из случаев делимости на 5, но в остальном решение верное — 2 балла.
- + Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ, но посчитан возраст только Гены, не посчитаны возраста остальных братьев — 3 балла.
- + Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ — 3 балла.

10. (3 балла) Гулливер гонится за лилипутом. Первоначально расстояние между ними равно 6 шагам Гулливера. Пока Гулливер делает 1 шаг, лилипут пробегает 7 шагов, но один шаг Гулливера такой же длины, как 10 шагов лилипута. Сколько шагов успеет пробежать лилипут до того момента, когда Гулливер его догонит?

Ответ: 140 шагов.

Так как первоначально между ними 6 шагов Гулливера, и каждый шаг Гулливера равен 10 шагам лилипута, то между Гулливером и лилипутом 60 шагов лилипута. За один шаг Гулливер проходит расстояние, равное 10 шагам лилипута, а в это время лилипут успевает отбежать на 7 шагов. Таким образом за один шаг Гулливера расстояние между ними сокращается на 3 шага лилипута. Поэтому Гулливеру потребуется 20 шагов, чтобы догнать лилипута. За это время лилипут успеет пройти $20 \cdot 7 = 140$ шага. \square

Критерии проверки

- Приведено неверное решение или оно отсутствует — 0 баллов.
- ± Только верный ответ — 1 балл.
- ± Верное рассуждение, но присутствует ошибка в арифметике — 1 балл.
- ± Ответ не получен, но доказано, что через 20 шагов Гулливер догоняет лилипута — 2 балла.
- + Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ — 3 балла.

11. (3 балла) Тренер сказал Андрею и Борису отжиматься в течение определенного времени. Андрей разбил указанное время на части по 6 минут, и между частями делает перерывы по 2 минуты. Борис разбил то же время на части по 3 минуты, и между частями делает перерывы по 1 минуте. Начали они одновременно. Кто из них быстрее завершит отжимания и на сколько минут?

Ответ: Андрей закончит выполнять отжимания на 1 минуту раньше Бориса.

У Андрея между началом каждой части отжиманий и началом следующей части отжиманий проходит 8 минут. За это время Борис сделает две части отжиманий по 3 минуты и два перерыва. Следовательно, к началу каждой части отжиманий Андрея мальчики будут отжиматься одинаковое количество времени.

Когда Андрей начнет выполнять последнюю часть отжиманий, мальчи-кам останется отжиматься по 6 минут. Андрей сделает эту часть отжи-маний без перерывов, а Борис будет отжиматься две части по 3 минуты с одним перерывом, поэтому Андрей закончит отжиматься на минуту раньше. \square

Критерии проверки

- Приведено неверное решение или оно отсутствует — 0 баллов.
- ± Только верный ответ — 1 балл.
- ± Рассмотрен конкретный числовой пример (например, решение начинается с фразы «Пусть тренер сказал отжиматься мальчикам в течение 12 минут.») — 1 балл.

+ Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ — 3 балла.

12. (3 балла) Несколько друзей ходили на пляж собирать ракушки. Если Антон отдаст половину своих ракушек Борису, у всех ребят станет одинаковое число ракушек. Если вместо этого Антон отдаст все ракушки Вадиму, то у Вадима станет столько же ракушек, сколько у всех остальных вместе взятых. Сколько ребят ходило собирать ракушки?

Ответ: 6 человек.

Пусть Антон отдал половину ракушек Борису. Теперь у всех ребят поровну ракушек. Это означает, что у Бориса своих ракушек не было, а у Антона в два раза больше ракушек, чем у всех остальных ребят.

Если же Антон отдаст все свои ракушки Вадиму, то количество ракушек у Вадима утроится (его ракушки плюс в два раза большее количество ракушек Антона). Еще столько же будет у остальных, значит, с Антоном, Борисом и Вадимом на пляж ходило еще трое ребят. □

Критерии проверки

- Приведено неверное решение или оно отсутствует — 0 баллов.
- ∓ Только верный ответ — 1 балл.
- ∓ Дан ответ и приведен подтверждающий его пример — 1 балл.
- ∓ Доказано лишь, что у Бори не было ракушек, дальнейших продвижений нет — 1 балл.
- ± Доказано лишь, что у Бори не было ракушек, и приведен верный ответ — 2 балла.
- ± Верные рассуждения проведены на числовом примере (например, если решение начинается со слов «Пусть у Антона 10 ракушек.» и из этого сделан вывод, что у Бориса — 0 ракушек, а у Вадима — 20) — 2 балла.
- + Доказано, что кроме Антона, Бориса и Вадима было еще три ребенка, но ответ дан неверный — 3 балла.
- + В верном решении явно сказано, что Борис не набрал ракушек, поэтому за ними не ходил, и дан ответ «5» — 3 балла.
- + Приведено полное обоснованное решение и получен верный ответ — 3 балла.